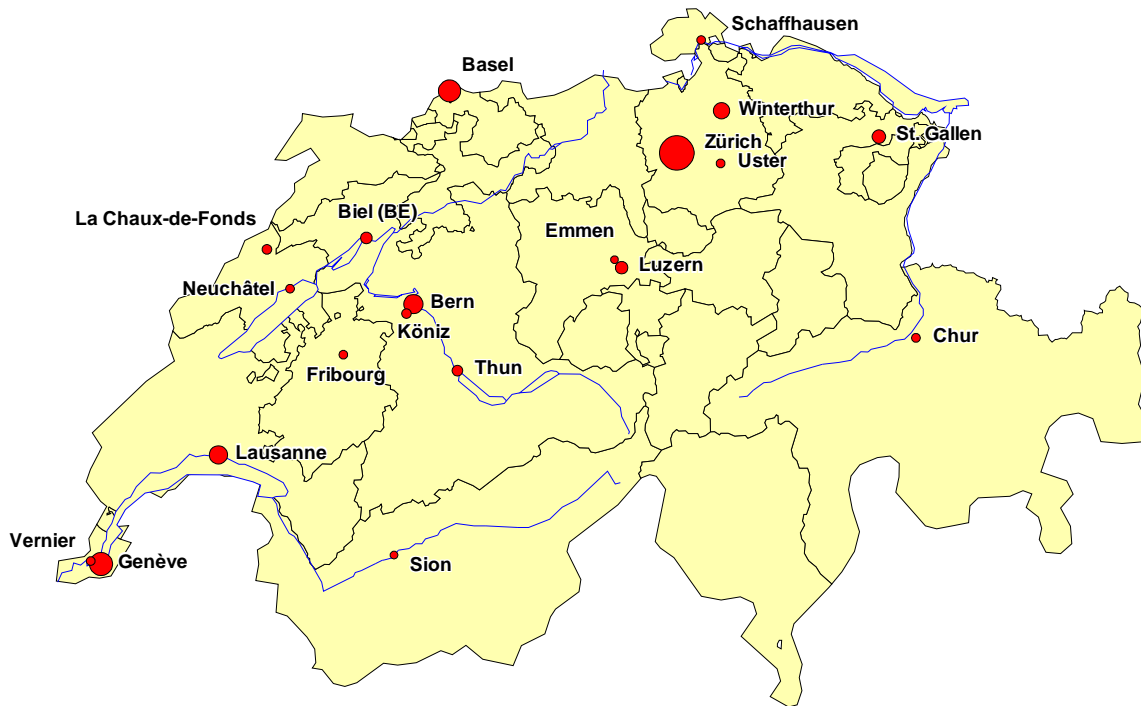


SVOR / ASRO Office
 postlagernd
 CH - 3000 Bern 1, Schanzenpost
info@svor.ch

Optimierungswettbewerb 2005

Betrachten wir die 20 grössten Schweizer Städte und nehmen wir an, dass alle unter ihnen mit einem Sender für die Mobiltelefonie ausgerüstet seien. Das Problem besteht nun darin, jedem der 20 Sender eine Sendefrequenz zuzuordnen, sodass sich die Frequenzen zweier benachbarten Sender genügend unterscheiden, um Interferenzen zu vermeiden. Die Bandbreite der verfügbaren Frequenzen ist limitiert und muss daher möglichst klein gehalten werden, d.h. die Differenz zwischen der grössten und der kleinsten Frequenz sollte möglichst gering sein. Dieses Frequenzzuordnungsproblem kann mit Hilfe eines Graphen modelliert werden.



Mathematische Formulierung

Sei $G = (V, E, T)$ ein Graph, der aus einer Menge von Knoten V , einer Menge von Kanten E (Verbindungen zwischen den Knoten) und einer Menge von Separatoren T bestehe. Zudem sei $\text{dist}(v_i, v_j)$ die Distanz in Kilometer (in Luftlinie) zwischen den Städten v_i und v_j .

Jeder Stadt $v \in V$ werde ein Knoten im Graphen zugeordnet. Zwei Städte v_i und v_j ($i \neq j$) seien miteinander durch eine Kante $e_{ij} \in E$ verbunden, wenn die Distanz $\text{dist}(v_i, v_j)$ zwischen ihnen 50

Kilometer unterschreite. Ausserdem sei jeder Kante $e_{ij} \in E$ ein Separator $t_{ij} \in T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ zugeordnet, welcher umgekehrt proportional zur Distanz $\text{dist}(v_i, v_j)$ berechnet wurde, d.h. je kleiner die Distanz zwischen zwei Städten v_i und v_j sei, desto grösser sei der entsprechende Separator t_{ij} .

Es geht nun darum, jedem Knoten $v_i \in V$ eine Frequenz $f_i \in \{1, 2, 3, \dots\}$ so zuzuordnen, dass

$$|f_i - f_j| \geq t_{ij} \text{ für jede Kante } e_{ij} \in E$$

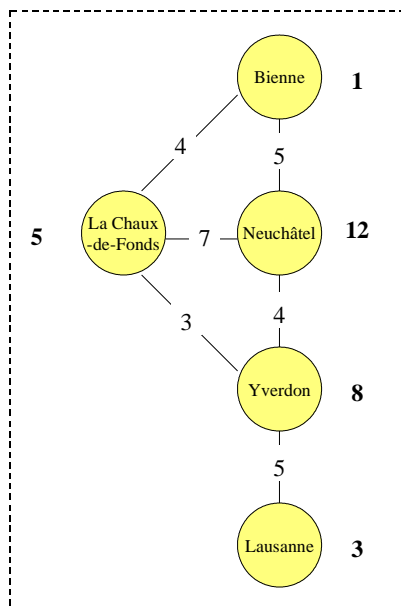
gilt, wobei $|f_i - f_j|$ die absolute Differenz zwischen den beiden Frequenzen f_i und f_j sei.

Die benutzte Bandbreite, d.h. die Differenz der kleinsten zur grössten Frequenz, soll nun möglichst klein sein. Dies bedeutet, dass folgende Funktion zu minimieren ist:

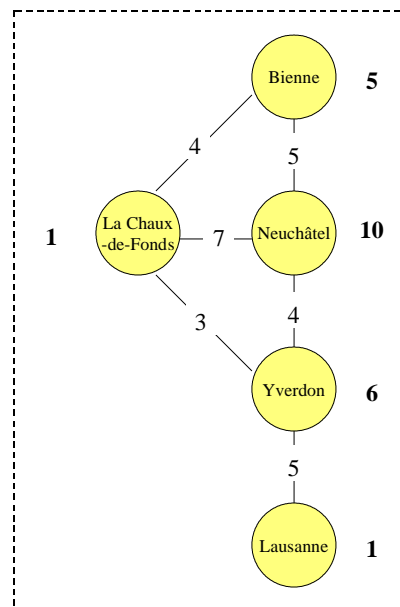
$$\text{Bandbreite}(f) = \text{Max}_{v_i \in V}(f_i) - \text{Min}_{v_i \in V}(f_i)$$

Beispiel

Betrachten wir einen Graphen mit 5 Knoten, bestehend aus den 5 Städten Biel (Bienne), La Chaux-de-Fonds, Neuchâtel, Yverdon und Lausanne. Die Kanten e_{ij} dieses Graphen und die entsprechenden Separatoren t_{ij} entnehme man der Abbildung. Die Zuordnung der Frequenzen der linken Abbildung resultiert in einer Bandbreite von 11. Dies ist aber nicht optimal, denn die Zuordnung der rechten Abbildung resultiert in einer geringeren Bandbreite von 9.



Bandbreite $(f) = 12 - 1 = 11$



Bandbreite $(f) = 10 - 1 = 9$

Wettbewerbsorganisation

Die Daten des Wettbewerbs können von der Internetadresse www.svor.ch bezogen werden. Sie bestehen aus der Liste der 20 grössten Schweizer Städte, der Kanten e_{ij} zwischen den Städten, deren Entfernung in Luftlinie kleiner als 50 Kilometer ist, und der ihnen zugeordneten Separatoren t_{ij} ($1 \leq i, j \leq 20$).

Die Lösungen sollen mittels der Excel-Datei *Loesung.xls*, die ebenfalls unter der obigen Internet-Adresse zu finden ist, an die Adresse info@svor.ch eingeschickt werden. Diese Datei beinhaltet auch die persönliche Adresse des Teilnehmers, eine kurze Beschreibung der verwendeten Lösungsmethode und eine Routine, die es erlaubt, die Zulässigkeit der erhaltenen Lösung sowie die gefundene Bandbreite zu verifizieren.

Der Einsendeschluss ist auf **Sonntag, den 20. März 2005**, festgelegt.

Reglement

Am Wettbewerb dürfen ausschliesslich Studenten der Gymnasien der Schweiz teilnehmen.

Die SVOR ermutigt die Teilnehmer ausdrücklich, ein Modell auf dem Computer zu programmieren, um die optimale Frequenzzuordnung zu errechnen. "Manuelle" Methoden sind aber ebenfalls zugelassen.

Nur Lösungen, die innerhalb der gesetzten Frist eingereicht werden, werden berücksichtigt.

Die SVOR wird die drei zulässigen Lösungen mit den geringsten Bandbreiten auswählen. Bei gleichen Lösungen werden diejenigen ausgewählt, die am frühesten an die Adresse info@svor.ch eingesandt worden sind.

Preise

Es werden drei Preise verliehen. Das gesamte Preisgeld beträgt CHF 4'000.-. Die Sieger können ihre Preise an der Generalversammlung der SVOR im Mai 2005 entgegennehmen.