

SVOR / ASRO Office  
 Case postale 72  
 CH - 1000 Lausanne 16  
[info@svor.ch](mailto:info@svor.ch)

## Concorso d'ottimizzazione 2007

Dobbiamo sistemare delle pedine sulle caselle di una scacchiera che contiene 31x31 caselle in modo che le seguenti regole siano rispettate:

1. Su ciascuna riga si trovano esattamente 14 pedine.
2. Su ciascuna colonna si trovano esattamente 14 pedine.
3. In ciascuna casella c'è al massimo una pedina .
4. La somma dei quadrati delle distanze orizzontali tra ciascuna pedina e la diagonale relativa alla medesima riga deve essere la più piccola possibile (→ criterio di ottimizzazione)

### Spiegazione

Prendiamo ad esempio una scacchiera con 5x5 caselle. Su questa scacchiera dobbiamo posizionare due pedine per ogni riga e due per ogni colonna. Chiaramente ci sono diversi modi per ottenere una soluzione. La figura 1 mostra una soluzione possibile, dove i campi con una pedina sono gialli e contengono un 1.

Nella prima riga le pedine si trovano nelle colonne 4 e 5 e la diagonale si trova alla colonna 1. La distanza tra queste pedine e la diagonale è quindi rispettivamente 3 e 4. I quadrati delle distanze sono quindi  $3^2$  e  $4^2$  (9 e 16). Nella prima riga la somma delle distanze è quindi di 25 (=9+16).

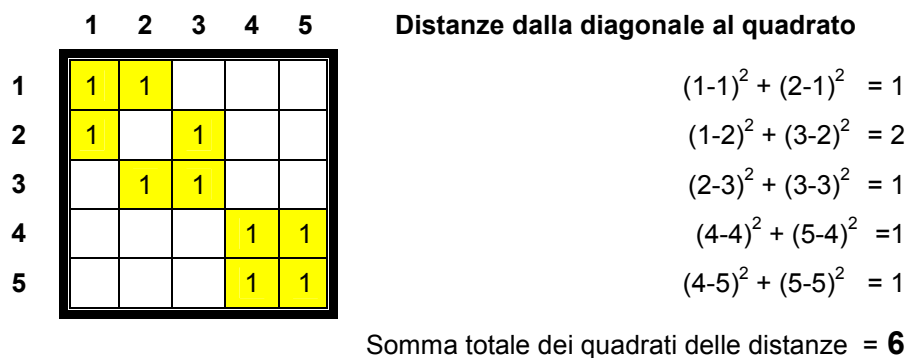
Nella seconda riga le pedine si trovano ancora nelle caselle 4 e 5 ma la diagonale è nella seconda colonna. Le distanze con la diagonale sono quindi rispettivamente 2 e 3. Come prima, la somma dei quadrati delle distanze è calcolata con  $2^2 + 3^2 = 13$ . Proseguendo nello stesso modo calcoliamo le distanze in ciascuna riga e alla fine facciamo la somma ottenendo il valore della soluzione che è 72.

	1	2	3	4	5	
1				1	1	$(4-1)^2 + (5-1)^2 = 25$
2				1	1	$(4-2)^2 + (5-2)^2 = 13$
3	1		1			$(1-3)^2 + (3-3)^2 = 4$
4		1	1			$(2-4)^2 + (3-4)^2 = 5$
5	1	1				$(1-5)^2 + (2-5)^2 = 25$

Somma totale dei quadrati delle distanze = **72**

**Figura 1: Una scacchiera con due pedine per riga e due per colonna**

Proviamo adesso a sistemare le pedine in un modo differente, seguendo lo schema della figura 2. In questo caso otteniamo una somma completamente diversa. Infatti, in questa soluzione, le distanze rispetto alla diagonale sono più piccole. Per esempio nella prima riga le pedine sono rispettivamente nelle posizioni 1 e 2 e questo risulta in una somma dei quadrati di  $0+1=1$ . Infatti, la prima pedina si trova esattamente sulla diagonale quindi la distanza con la diagonale stessa è nulla. Per la seconda pedina la distanza è 1. La somma di tutte le distanze nella figura 2 è quindi 6..



**Figura 2: Una scacchiera con due pedine per riga e due per colonna**

È anche facile vedere che la soluzione precedente non può più essere migliorata, cioè non è possibile spostare delle pedine per ottenere una soluzione con una somma minore di 6. Questa soluzione rappresenta quindi la soluzione ottima del problema su una scacchiera 5x5 dove si utilizzano 5x2 pedine.

### Organizzazione del concorso

Le informazioni complete del concorso sono pubblicate su internet all'indirizzo [www.asro.ch](http://www.asro.ch). La vostra soluzione deve essere inviata per e-mail all'indirizzo [info@asro.ch](mailto:info@asro.ch) con un file Excel *Solution\_Concours\_ASRO\_2007.xls*, disponibile sul sito. Vogliate inviarci, inoltre, le vostre generalità e il vostro indirizzo oltre ad una breve descrizione del metodo che avete utilizzato. Il tempo massimo per la sottomissione dei risultati è fissato per **venerdì 20 aprile 2007**.



## Regolamento

Il concorso è riservato agli studenti/esse di ginnasio della Svizzera. L'ASRO incoraggia gli studenti/esse ad implementare un modello di risoluzione tramite un programma informatico. In ogni modo, una soluzione manuale del problema è sempre possibile ed ammessa. Solo le soluzioni ricevute entro la data stabilita sono tenute in considerazione, e l'ASRO premierà le prime tre migliori soluzioni. A parità del valore della soluzione, le soluzioni saranno ordinate in funzione dell'orario di arrivo presso l'indirizzo e-mail [info@asro.ch](mailto:info@asro.ch).

## Premi

Il concorso distribuisce tre premi per un totale di 3'000 CHF:

1 <sup>o</sup> premio :	1'500 CHF
2 <sup>ndo</sup> premio :	1'000 CHF
3 <sup>o</sup> premio :	500 CHF

In più: 5 partecipazioni gratuite al **CyberCamp'07** presso l'Università di Friburgo  
<http://cybercamp.unifr.ch>

I vincitori saranno premiati durante l'assemblea generale dell'ASRO nel maggio 2007.